Муниципальный этап турнира математических боёв

1 тур

Задания:

1. Бабушка, сколько лет твоему внуку? – Сегодня и у меня, и у него – день рождения. Моему внуку столько месяцев, сколько мне лет, а вместе нам 65 лет. Сколько лет внуку?

2. Найти все натуральные числа, которые больше своей последней цифры в 5 раз.

3. Напишите в строчку первые 10 простых чисел. Как вычеркнуть 6 цифр, чтобы получилось наибольшее возможное число?

4. Произведение 22 целых чисел равно 1. Докажите, что их сумма не равна нулю.

Муниципальный этап турнира математических боёв

2 тур

Задания:

1. Отцу – 41 год, старшему сыну – 13 лет, дочери – 10 лет, а младшему сыну – 6 лет. Через сколько лет возраст отца окажется равным сумме лет его детей?

2. Между первым и третьим ударами часов проходит 4 секунды. В некоторый момент времени Гриша включает секундомер и начинает считать удары. Сколько он насчитает ударов, если последний удар прозвучал ровно через 17 секунд после включения секундомера?

3. Сколько квадратов натуральных чисел среди чисел 1, 2, 3, 4, …, 2018?

4. Незнайка, отремонтировав себе часы, обнаружил, что минутная стрелка идёт в другую сторону (а часовая – в правильную сторону). Через какое время после полудня на его «часах» стрелки встретятся в первый раз? *(Ответ дать в часах)*

Муниципальный этап турнира математических боёв

3 тур

Задания:

1. Существует ли четырехугольник, который можно разрезать двумя прямыми на 6 кусков?

2. Произведение пяти чисел не равно нулю. Каждое из этих чисел уменьшили на единицу, при этом их произведение не изменилось. Приведите пример таких чисел.

3. За контрольную работу каждый из 25 школьников получил одну из оценок "3", "4" или "5". На сколько больше было пятёрок, чем троек, если сумма всех оценок равна 106?

4. Сказка о мертвой царевне и семи богатырях. Как-то раз, возвратившись вечером домой, семь богатырей отдали царевне добычу — 29 серых уток. Каждый брат застрелил хотя бы одну утку. Все добыли по разному числу уток: чем брат был старше, тем больше дичи он застрелил. Какова добыча старшего брата?

Решение задач 1 тура

1. Бабушка, сколько лет твоему внуку? – Сегодня и у меня, и у него – день рождения. Моему внуку столько месяцев, сколько мне лет, а вместе нам 65 лет. Сколько лет внуку?

*Ответ:* 5 лет.

*Решение:*

составьте уравнение, выразив возраст внука через *x*, возраст бабушки через 12*x*. Получим, что x=5.

2. Найти все натуральные числа, которые больше своей последней цифры в 5 раз.

*Решение*

При умножении на 5 последняя цифра не изменилась, значит, она была 0 или 5. Если бы последняя цифра была 0, то всё число было бы 0, а мы ищем натуральные числа. Значит, последняя цифра была 5. А всё число 25. Естественно, больше 25 это число быть не может, поскольку оно в 5 раз больше цифры, т.е. не может превышать 45.

*Ответ:* 25

3. Напишите в строчку первые 10 простых чисел. Как вычеркнуть 6 цифр, чтобы получилось наибольшее возможное число?

*Решение*

Вот первые десять простых чисел, записанных подряд: 2357111317192329

Наибольшее число получится, если начинается с 7, которая была на 4 месте, затем следует убрать единицы.

*Ответ:* 7317192329.

4. Произведение 22 целых чисел равно 1. Докажите, что их сумма не равна нулю.

*Решение*

Ясно, что все эти числа равны ±1. Сумма может равняться нулю, только если единиц и минус единиц поровну – по 11. Но тогда их произведение равнялось бы –1.

Решение задач 2 тура

1. Отцу – 41 год, старшему сыну – 13 лет, дочери – 10 лет, а младшему сыну – 6 лет. Через сколько лет возраст отца окажется равным сумме лет его детей?

*Ответ:* через 6 лет

*Решение:*

Сумма возраста детей равна 29 годам и на 12 лет меньше возраста отца. За каждый год эта разница уменьшается на 2, значит, пройдёт 12:2=6 лет.

2. Между первым и третьим ударами часов проходит 4 секунды. В некоторый момент времени Гриша включает секундомер и начинает считать удары. Сколько он насчитает ударов, если последний удар прозвучал ровно через 17 секунд после включения секундомера?

*Ответ:* 9

*Решение:*

Назовем "промежутком" период времени между двумя последовательными ударами часов. Между первым и третьим ударами – два промежутка. Поэтому один промежуток равен 2 секундам. Отсчитывая по 2 сек. назад, получим, что удары часов звучали через 17, 15, 13, 11, 9, 7, 5, 3 и 1 секунду после включения секундомера. Значит, их было девять.

3. Сколько квадратов натуральных чисел среди чисел 1, 2, 3, 4, …, 2018?

*Ответ:* 44

*Решение:*

452=2025>2018, 442=1936<2018, следовательно, в этом списке есть 12, 22, 32, …, 442.

4. Незнайка, отремонтировав себе часы, обнаружил, что минутная стрелка идёт в другую сторону (а часовая – в правильную сторону). Через какое время после полудня на его «часах» стрелки встретятся в первый раз? *(Ответ дать в часах)*

*Ответ:* через 12/13 часа

*Решение:* Пусть они встретятся через t часов, тогда минутная стрелка сдвинется на 360t градусов, а часовая – на 30t градусов, при этом 360t+30t=360. Следовательно, t=360/390=12/13.

**Решение задач 3 тура**

1. Существует ли четырехугольник, который можно разрезать двумя прямыми на 6 кусков?

*Решение*

Существует. Четырехугольник с таким условием должен обязательно быть невыпуклым.

2. Произведение пяти чисел не равно нулю. Каждое из этих чисел уменьшили на единицу, при этом их произведение не изменилось. Приведите пример таких чисел.

*Ответ:* например, 5, 6, 7, 8, -1.

*Решение*

Можно построить и другой пример: пусть первые четыре числа - двойки. Получаем уравнение на пятое число x:

16x=x-1, откуда x=-1/15.

3. За контрольную работу каждый из 25 школьников получил одну из оценок "3", "4" или "5". На сколько больше было пятёрок, чем троек, если сумма всех оценок равна 106?

*Решение*

Пусть а школьников получили тройку, b школьников – четверку, с школьников – пятёрку. Из условия задачи следует, что a + b + c = 25 и 3a + 4b + 5c = 106.

Умножим обе части первого уравнения на 4: 4a + 4b + 4c = 100. Теперь вычтем из второго уравнения полученное, тогда с – а = 6.

*Ответ:* на 6.

4. Сказка о мертвой царевне и семи богатырях. Как-то раз, возвратившись вечером домой, семь богатырей отдали царевне добычу — 29 серых уток. Каждый брат застрелил хотя бы одну утку. Все добыли по разному числу уток: чем брат был старше, тем больше дичи он застрелил. Какова добыча старшего брата?

*Решение*

Младший брат не может застрелить меньше 1-й утки, следующий — меньше 2-х, следующий — меньше 3-х, и, наконец, старший брат не может застрелить меньше 7-ми уток. Это значит, что минимальная добыча братьев 1+2+…+7=28 уток. А, по условию, братья добыли 29 уток. Значит, кто-то из братьев застрелил ровно на одну утку больше. (Если бы он застрелил больше, чем на одну, то кто-то другой должен бы застрелить меньше, чем сейчас, а это невозможно.) Но на одну утку больше может застрелить только старший брат, потому что, если это сделает кто-то другой, появятся два брата, застрелившие по одинаковому числу уток. Значит добыча старшего брата — 8 уток.

*Ответ:* 8 уток